

Análise Complexa e Equações Diferenciais

1º Semestre 2020/2021

Teste — Semana 8 — 11 de Novembro de 2020
 (Cursos: LMAC, MEFT)

- [4,0 val] 1. Determine, justificando, o raio de convergência da série de potências

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} z^{2n}.$$

2. Considere a função

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - iz} + \cosh \frac{1}{z - i}$$

- [6,0 val] (a) Determine todos os possíveis desenvolvimentos em série de Laurent de f , em torno de $z_0 = i$, e indique as regiões onde cada um desses desenvolvimentos é válido.

- [4,0 val] (b) Aproveite a alínea anterior para obter os valores de

$$\oint_{|z-i|=1/2} \frac{f(z)}{(z-i)^{11}} dz \quad \text{e} \quad \oint_{|z-i|=8} (z-i)^7 f(z) dz,$$

em que as curvas são percorridas uma vez no sentido directo.

- [6,0 val] 3. Determine, justificadamente, o valor do integral

$$\oint_{|z|=1} \frac{1}{z^{10}(2+z)^2} dz,$$

em que a curva é percorrida uma vez no sentido directo.